​

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

Именно поэтому остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках, до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновозможными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

В 7–9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов».

‌‌‌На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» отводится 102 часа: в 7 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 8 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 9 классе – 34 часа (1 час в неделю).‌‌

**СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ**

**9 КЛАСС**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности.

Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Личностные результаты** освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика» характеризуются:

**1) патриотическое воспитание:**

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

**2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:**

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

**3) трудовое воспитание:**

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

**4) эстетическое воспитание:**

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

**5) ценности научного познания:**

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

**6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:**

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

**7) экологическое воспитание:**

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

**8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:**

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

* выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
* воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
* выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
* делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
* разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
* выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия**:

* использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
* проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
* самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
* прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

**Работа с информацией:**

* выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
* выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
* выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
* оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

**Коммуникативные универсальные учебные действия:**

* воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
* в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
* представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
* понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
* принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
* участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

**Регулятивные универсальные учебные действия**

**Самоорганизация:**

* самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

* владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
* предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
* оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

К концу обучения **в 9 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков, представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.

Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.

Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.

Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.

Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

 **9 КЛАСС**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п**  | **Наименование разделов и тем программы**  | **Количество часов** | **Электронные (цифровые) образовательные ресурсы**  |
| **Всего**  | **Контрольные работы**  | **Практические работы**  |
| 1 | Повторение курса 8 класса |  4  |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| 2 | Элементы комбинаторики |  4  |  |  1  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| 3 | Геометрическая вероятность |  4  |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| 4 | Испытания Бернулли |  6  |  |  1  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| 5 | Случайная величина |  6  |  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| 6 | Обобщение, контроль |  10  |  1  |  | Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/7f41a302> |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ |  34  |  1  |  2  |  |

**Поурочное планирование**

 **9 КЛАСС**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | Тема | Количество часов | Предметное содержание | Характеристка деятельности обучающихся | Дата проведения |
|  |
| План | Фактически |
| 1. | Представление данных в виде таблиц.Чтение таблиц. | 1 | Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Среднее арифметическое числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Независимость событий.Графы. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость. Операции над событиями. Элементы комбинаторики | **Повторять** изученное и **выстраивать систему** знаний. **Решать** **задачи** на представление и описание данных с помощью изученных характеристик.**Решать** **задачи** на представление группированных данных и описание случайной изменчивости.**Решать** **задачи** на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека.**Решать задачи** на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.**Решать задачи** на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля |  |  |
| 2. | Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Рассеивание данных | 1 |  |  |
| 3. | Деревья. Графы. Логические утверждения и высказывания. Математические рассуждения | **1** |  |  |
| 4. | Случайные опыты и случайные события. Вероятность событий | **1** |  |  |
| 5. | Операции над случайными событиями | **1** |  |  |
| 6. | Условная вероятность и независимые события | **1** |  |  |
| **XiV** | **Элементы комбинаторики** | **4** | Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»  | **Осваивать понятия**: комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. **Решать задачи** на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.**Решать задачи** на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона). **Решать, применяя** комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы  |  |  |
| 7. | Комбинаторное правило умножения | 1 |  |  |
| 8. | Перестановки. Факториал | 1 |  |  |
| 9. | Число сочетаний и треугольник Паскаля | 1 |  |  |
| 10. | Число сочетаний и треугольник Паскаля | 1 |  |  |
| **XV** | **Геометрическая вероятность**  | **4** | Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности  | **Осваивать понятие** геометрической вероятности. **Решать задачи** на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка  |  |  |
| 11 | Выбор точки из фигуры на плоскости | 1 |  |  |
| 12 | Число сочетаний и треугольник Паскаля | 1 |  |  |
| 13 | Выбор точки из отрезка и дуги окружности | 1 |  |  |
| 14 | **Контрольная работа № 1 по теме «Элементы комбинаторики»** | **1** |  |  |  |
| **XVI** | **Испытания Бернулли** | **6** | Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Практическая работа «Испытания Бернулли»  | **Осваивать понятия**: испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. **Решать задачи** на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии. **Решать задачи** на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли. **Изучать** в ходе практической работы |  |  |
| 15 | Успех и неудача. Испытания до первого успеха | 1 |  |  |
| 16 | Серия испытаний Бернулли | 1 |  |  |
| 17 | Число успехов в испытаниях Бернулли. | 1 |  |  |
| 18 | Вероятности событий в испытаниях Бернулли | 1 |  |  |
| 19 | Вероятности событий в испытаниях Бернулли | 1 |  |  |
| 20. | Практическая работа «Испытания Бернулли» | 1 |  |  |
| **XVII** | **Случайные величины**  | **6** | Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел  | **Освоить понятия**: случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. **Изучать и обсуждать** примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривавшиеся в курсе статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.). **Осваивать понятия:** математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора. **Решать задачи** на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. **Знакомиться** с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли. **Изучать** частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину. **Знакомиться** с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности. **Решать задачи** на измерение вероятностей с помощью частот. **Обсуждать** роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей. **Обсуждать** закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека  |  |  |
| 21 | Примеры случайных величин. Распределение вероятностей случайной величины | 1 |  |  |
| 22 | Математическое ожидание случайной величины | 1 |  |  |
| 23 | Дисперсия и стандартное отклонение | **1** |  |  |
| 24 | Математическое ожидание и дисперсия числа успехов и частоты успеха в серии испытаний Бернулли | **1** |  |  |
| 25 | Закон больших чисел и его приложение | **1** |  |  |
| 26 | **Контрольная работа № 2 по теме «Случайные величины»** | **1** |  |  |
|  | **Обобщение, контроль** | **8** | Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения  | **Повторять изученное** и выстраивать систему знаний. **Решать задачи** на представление и описание данных. **Решать задачи** на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний  |  |  |
| 27 | Представление данных. | 1 |  |  |
| 28 | Описательная статистика | 1 |  |  |
| 29 | Вероятность случайного события | 1 |  |  |
| 30 | Элементы комбинаторики | 1 |  |  |
| 31 |  Случайные величины и распределения | 1 |  |  |
| 32 | **Промежуточная аттестация** | 1 |  |  |
| 33 | Геометрическая вероятность  | 1 |  |  |
| 34 | Испытания Бернулли Случайные величины  | 1 |  |  |

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

**ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

​‌• Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях, 7-9 классы/ Высоцкий И.Р., Ященко И.В.; под ред. Ященко И.В., Акционерное общество «Издательство «Просвещение»‌​

​‌‌

​

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

​‌1. Математика. Вероятность и статистика: 7—9-е классы: базовый уровень: методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Ященко под ред. И. В. Ященко. — 2-е изд., стер. — Москва: Просвещение, 2023. — 38 с.
 2. Методика обучения математике. Изучение вероятностно-статистической линии в школьном курсе математики: учеб.-метод. пособие / А. С. Бабенко. – Кострома : Изд-во Костром. гос. ун-та, 2017. – 56 с.
 3. Лекции по дискретной математике. Часть I. Комбинаторика,: [Учеб. пособие.]: Э.Р. Зарипова, М.Г. Кокотчикова. – М.: РУДН, 2012. – 78 с.
 4. Рассказы о множествах. 3-е издание/ Виленкин Н. Я. — М.: МЦНМО, 2005. — 150 с.
 5. Элементы теории множеств: Учебно-методическое пособие/ Сост.: Кулагина Т. В., Тихонова Н. Б. – Пенза: ПГУ, 2014. –32 с.
 6. О.Г. Гофман, А.Н. Гудович .150 задач по теории вероятностей. ВГУ
 7. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач.! А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. - Изд-е 4-е, стереотип.- Мн.: ТетраСистеме, 2003. - 288 с.
 8. Популярная комбинаторика. Н.Я. Виденкин. – Издательство «Наука», 1975
 9. Шень А. Вероятность: примеры и задачи. / 4-е изд., стереотипное. – М.: МЦНМО, 2016.
‌​

**ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ**

​​‌1) http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/5ececba0-3192-11dd-bd11-0800200c9a66/
 2) http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/96abc5ab-fba3-49b0-a493-8adc2485752f/118194/?
 3) https://lesson.edu.ru/catalog
‌​